

Décomposition d'un nombre en produits de facteurs premiers.

I - Découverte du théorème de décomposition à travers le jeu de Pénélope.

<u>Règle du jeu</u>	<u>Exemple</u>
Choisis un nombre	24
À chaque ligne , le produit doit être égal au nombre de départ et contenir un facteur de plus qu'à la ligne précédente. On continue jusqu'à ce que l'on ne puisse plus.	3 x 8 3 x 2 x 4 3 x 2 x 2 x 2
On continue d'écrire des produits égaux (qui n'ont pas été écrit précédemment) tout en retirant un facteur par ligne. On continue jusqu'à ce que l'on retombe sur le nombre de départ.	6 x 2 x 2 12 x 2 24

1) Joue au « Jeu de Pénélope » avec les nombres 30 et 126.

2) Pour chaque nombre, entoure en rouge le produit qui contient le plus de facteurs. On remarque que leurs facteurs sont des Est-ce vrai pour un autre produit ?

II - Un théorème fondamental de l'arithmétique

Théorème :

Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 se décompose en produit de facteurs premiers.

Cette décomposition est unique.

Exemples :

Décomposition de 30 :

$$30 = \dots \times \dots$$

$$30 = \dots \times \dots \times \dots$$

Décomposition de 126 :

$$126 = \dots \times \dots$$

$$126 = \dots \times \dots \times \dots$$

$$126 = \dots \times \dots \times \dots \times \dots$$

Remarque :

On peut simplifier la décomposition de 126 si nécessaire : $126 = \dots \times \dots \times \dots$

III - Utilités du théorème de décomposition

1) Simplifier facilement une fraction afin de la rendre irréductible :

$$\frac{30}{126} = \frac{\dots \times \dots \times \dots}{\dots \times \dots \times \dots \times \dots} = \frac{\dots}{\dots \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

2) Calculer le nombre de diviseurs d'un nombre ... pour ne pas en oublier !

Méthode :	Exemple avec 30 :	Exemple avec 126 :
Décompose le nombre et fais apparaître la puissance de chaque facteur.	$30 = \dots \times \dots \times \dots$	$126 = \dots \times \dots \times \dots$
Ajoute 1 à chaque puissance.		
Calcule le produit des sommes.		

3) Déterminer et calculer les diviseurs d'un nombre :

Méthode :	Exemple avec 30 :	Exemple avec 126 :
Décompose le nombre sans simplifier l'écriture et en rajoutant le facteur 1.	$30 = 1 \times \dots \times \dots \times \dots$	$126 = 1 \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots$
Calcule tous les produits de deux facteurs ou plus		